AL-MUKHATABAT ISSN 1737- 6432 المخاطبات N° 34 AVRIL 2020

Symbolisme et répétition aux origines de l'épistémologie

Anne-Françoise **SCHMID**

(Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Institut National des Sciences Appliquées, Institut National de la Recherche Agronomique, MinesParistech)

> Jamais ne reviendra le matin heureux et confiant », Whitehead, citant Robert Browning, *The Lost Leader*, lorsque Russell lui fait part de la contradiction.
> (Russell, *Histoire de mes idées philosophiques*, 1959, trad. française Georges Auclair, 1961, p. 94).

> L'intuition, « sentiment délicat de l'ordre ».
> (Poincaré, *Science et Méthode*, p. 137).

Abstract: Epistemology was formed at a historical moment characterized by the emergence of many disciplines that were no longer reducible to mechanics, including "logistics", which had become mathematical logic. With Peano's *Formulaire de Mathématiques* appears a new symbolism, taken up and transformed by Russell. This symbolism met with strong opposition, especially that of Poincaré. We would like to show that these are not only a reaction to a new formalism but are based on different conceptions of repetition in mathematics. The stake is of importance, because it induces radically different conceptions and commitments in the interpretation of disciplines and genericity.

Keywords: Epistemology, mathemaatical logic, symbolism, Russell, Poincaré, repetition in mathematics, genericity.

ملخّص. تكوّنت الإبستمولوجيا في وهلة تاريخية تميّزت بانبجاس عدد هائل من الاختصاصات لم تكن قابلة البتّة للاختزال في علم الإوالة، ومن بينها المنطقيات التي صارت مع راسل منطقا رياضيا. ومع بيانو صاحب كتاب *بيان في الرياضيات* ظهرت رمزية جديدة انخرط فيها راسل وطوّرها. وكانت هذه الرمزية في تعارض

صارخ مع رمزية بوانكريه على وجه الخصوص. ونودّ في هذا البحث بيان أنّ هذا الأمر لم يكن فقط مجرّد ردّة فعل إزاء صورانية جديدة بل يتأسّس على تصوّرات متباينة للتكرار في الرياضيات. والمسالة جدّ مهمّة لأنّها تتعلّق بتصوّرات والتزامات تختلف جذريا فيما بينها حول موضوع تأويل الإختصاصات وتعيين أنواعها.

كلمات مفاتيح : ابستمولوجيا، منطق رياضي، لغة رمزية، راسل، بوانكريه، تكرار في الرياضيات، أنواع الاختصاصات.

Résumé : L'épistémologie s'est constituée à un moment historique caractérisé par l'apparition d'une quantité de disciplines qui n'étaient plus réductibles à la mécanique, dont la « logistique », devenue logique mathématique. Avec le *Formulaire de mathématiques* de Peano apparaît un nouveau symbolisme, reprit et transformé par Russell. Ce symbolisme s'est heurté à des oppositions vives, en particulier celle de Poincaré. Nous voudrions montrer que celles-ci ne sont pas seulement une réaction à un nouveau formalisme, mais reposent sur des conceptions différentes de la répétition en mathématiques. L'enjeu est d'importance, car il induit des conceptions et des engagements radicalement différents dans l'interprétation des disciplines et de la généricité.

Mots-clés : Épistémologie, logique mathématique, symbolisme, Russell, Poincaré, répétition en mathématiques, généricité.

Introduction : l'origine du problème

L'idée de ce thème m'est venue d'une réflexion de Russell dans sa correspondance avec Couturat, notant que la notion de répétition, chez Poincaré et Hilbert, était selon lui trop simple. Et je me suis demandé s'il y avait un lien avec l'usage du symbolisme.

La question de la répétition concerne plusieurs problèmes à cette époque. Celui du principe d'induction, dont Poincaré et Russell donnent des explications différentes et ressenties comme incompatibles, mais aussi celui de leur conception des relations entre disciplines[1].

[1] En annexe de l'ouvrage, *Poincaré, les sciences et la philosophie* (2001) se trouvent des textes de Russell sur Poincaré ainsi que leur débat dans *Mind* (1905 et 1906) par l'intermédiaire de son directeur, M.G.F. Stout, traduits par Elisabeth Stoesser.

La question du symbole renvoie à ce qui peut rester invariant à certains niveaux du calcul. C'est évidemment une appréhension assez étroite de ce qu'est un symbole, mais il manifeste malgré tout ce qui ne peut être effectué ou transformé à un certain niveau du calcul. Ce qui échappe aux transformations du calcul peut être appelé « symbole ». Pour donner un exemple, un collègue mathématicien de l'INSA de Lyon se plaignait que, dans un examen – ce n'était donc pas une plaisanterie – un étudiant avait cru bon de « simplifier » par « d » l'expression $\frac{dx}{dt}$. Il confondait donc un symbole avec un signe. Le signe fonctionne à un niveau du texte, le symbole peut traverser les niveaux.

Le symbolisme engage encore autre chose : est-il nécessaire de transformer les alternances en mathématiques de langage naturel et d'équations (c'est l'expression de Poincaré) en un texte où tous les éléments peuvent être traduits en signes et symboles ? Il y va de l'analyse des idées, de la question de savoir si la mathématique est un langage, ou si elle est, comme le déclarait Frege, « plus que de l'encre » ? Les mathématiques engagent-elles des idées ou des signes, ou des noms ? Cela engage une question philosophique, et le rapport de la philosophie à la pratique mathématique.

Il y a une garantie par les symboles de la stabilité des signes, parce qu'ils ont un lien indirect au réel. Mais que le signe 1 soit le même en plusieurs occurrences, c'est ce que nous pouvons espérer de la répétition. Là se trouve le lien subtil et complexe entre symbole et répétition.

Pour cette analyse des rapports entre symbolisme et répétition, je vais utiliser les textes de Poincaré et la correspondance entre Russell et Couturat sur la philosophie, la logique et la politique (1897-1913), que j'ai publiée et annotée en 2001 aux éditions Kimé (735 pages). Dans un deuxième temps, je vais faire intervenir celui qui a été l'intermédiaire entre Poincaré et Russell pendant un certain nombre d'année, Louis Couturat (Pour les fondements de la géométrie et pour la logique). Nous verrons alors que l'idée de répétition, pour avoir quelque importance, doit pouvoir être utilisée dans un domaine qui jouit d'autonomie.

1) La question de la répétition et critère de scientificité

Il y a deux grandes conceptions de la répétition, l'une libre, l'autre limitée. Dans un premier temps, elle se décline autour du principe d'induction complète, un moyen de création chez Poincaré, un passage entre le fini et l'infini, et est rassemblée autour du concept kantien de jugement synthétique a priori, parce que l'on ne peut raisonner par induction que sur ce qui a été défini par induction. Selon Poincaré ce principe repose sur la répétition et fait de celle-ci un moyen d'invention. Les conséquences sont importantes, et sont résumées dans *Dernières Pensées* (1913, ouvrage posthume), p. 86 : « un théorème quelconque a-t-il un sens en dehors des vérifications qu'il comporte ? » et d'en donner un exemple juste à la suite (p.87) :

> Prenons pour exemple le théorème de Zermelo, d'après lequel l'espace est susceptible d'être bien ordonné; les cantoriens seront séduits par la rigueur, réelle ou apparente, de la démonstration ; les pragmatistes (dont Poincaré) leur répondront : Vous dites que vous pouvez transformer l'espace en un ensemble bien ordonné : eh bien, transformez-le ! Ce serait trop long. – Alors montrez-nous au moins que quelqu'un qui aurait assez de temps et de patience pourrait faire la transformation. – Non, nous ne le pouvons pas parce que le nombre des opérations à faire est infini, il est même plus grand que alephzéro – Pouvez-vous montrer comment on pourrait exprimer en un nombre fini de mots la loi qui permettrait d'ordonner l'espace ? – Non – et les pragmatistes concluent que le théorème est dénué de sens, ou faux, ou tout au moins indémontré.

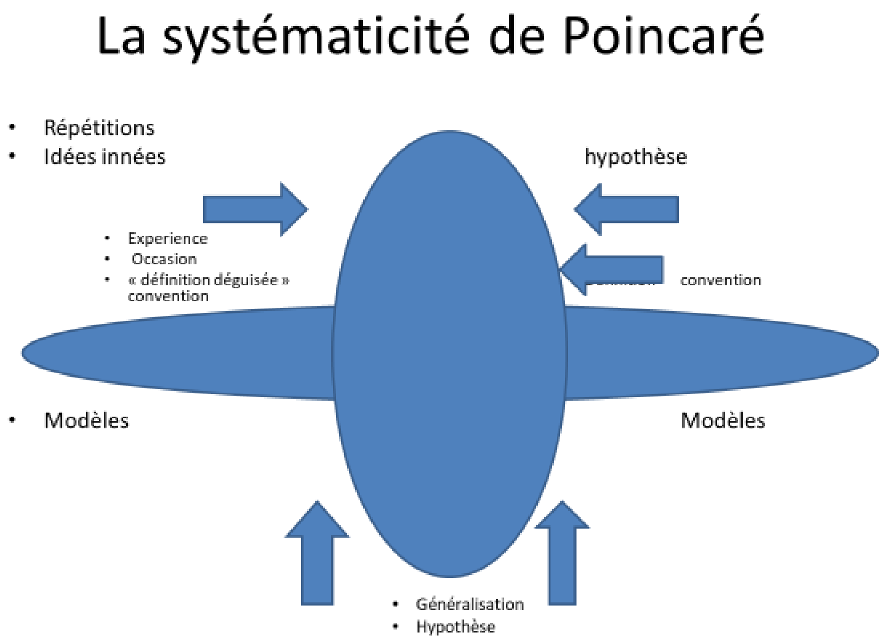
Poincaré reproche aux « logiciens » une inversion de méthode : au lieu de construire la suite des nombres naturels, ils se donnent les ensembles de nombres.

Russell est aussi prudent que Poincaré, mais pour d'autres raisons, et il est souvent plus sceptique que lui. Par exemple, il met en doute l'axiome de choix, que Poincaré admet sans hésitation pour les nombres finis. Le scepticisme de Russell rend difficile la démonstration de l'équivalence d'un infini par répétition et d'un infini comme ensemble ou comme nombre. Néanmoins, il accepte les ensembles de Cantor, dès le moment où il peut traduire ses démonstrations dans le symbolisme de Peano.

En revanche, Russell n'admet pas la répétition indéfinie de Poincaré, il faut une limitation, et cette limitation, comme chez Peano, est justement le principe d'induction complète, qui est la définition du nombre fini. Cette différence a donné lieu à une longue discussion chez les logiciens – je pense par exemple à Jean-Blaise Grize - : est-ce que Poincaré n'aurait pas compris le rôle de ce que l'on appelle maintenant une « clause finale » dans une définition par induction, de la forme : « Rien n'est un X, si ce n'est par ce qui précède » ? Cette question a fait couler beaucoup d'encre, certains « sauvant » Poincaré par son pragmatisme, dont Poincaré parle plus haut - mais tard dans sa vie, car *La Valeur de la science* (1905) comporte aussi une critique très nette contre le pragmatisme, en particulier celui d'Edouard Le Roy.

Cette interprétation, qui sa part de vérité, ne me satisfait pas complètement. Poincaré n'est pas seulement pragmatiste. En témoigne le nombre de noms qui ont été affectés à sa philosophie : empirisme (« l'expérience est la source unique de la vérité »), pragmatisme, nominalisme, conventionnalisme, commodisme, occasionalisme, idéalisme, constructivisme, inductivisme. L'ensemble de ces termes fonctionne comme un groupe de transformation pour la compréhension de sa philosophie, à condition de considérer la façon dont il ordonne les disciplines entre la faculté de répéter et l'expérience comme source unique de la vérité. L'arithmétique est très proche de la répétition, la géométrie a pour idée innée la notion de groupe (les groupes de Lie, dit-il), qui est révélée et stimulée par l'expérience, la mécanique peut être déductive comme la géométrie, ses principes sont hors du contrôle de l'expérience, enfin la physique mathématique avec ses principes de conservation et la physique expérimentale. Entre l'arithmétique et l'expérience, il y a des hypothèses, dont certaines sont traitées de convention (en géométrie, parce qu'aucune n'est plus vraie qu'une autre empiriquement). La science est un langage, c'est-à-dire une classification, et la création d'un nouveau nom peut être le signe d'une découverte. Poincaré ne nie pas l'importance d'une notation ou d'un symbole, il le dit dans un texte à propos de Laguerre (Schmid, 2001a, p. 47) : « Ses aperçus sont ingénieux et lumineux. Quelques fois, on croit d'abord n'y trouver qu'une notation nouvelle ; mais, qu'on ne s'y trompe pas : dans les sciences mathématiques, une bonne notation a la même importance philosophique qu'une bonne classification dans les sciences naturelles » (*Savants et écrivains*, p. 90).

Voici comment on pourrait systématiser la philosophie de Poincaré :



La ligne horizontale représente l'ordre des disciplines entre répétition et expérience, celle verticale, mobile, les relations entre fait brut, fait scientifique, généralisation, théorie, métaphore. Cela est visible si l'on lit les cours de Poincaré, où l'usage des modèles, dont il parle à peine dans ses écrits philosophiques, est explicite. Il donne d'ailleurs dans l'Introduction à la *Thermodynamique*, Carré, 1892) une caractérisation dont on pourrait encore s'inspirer pour comprendre les modèles. (Infinité des modèles, ne pas en choisir un comme plus proche du réel, etc.). Mais les relations entre répétition et expérience ne sont jamais directes, et l'expérience à une double fonction, celle de rendre explicite les idées innées et celle de soumettre une proposition scientifique à l'expérience.
On peut alors comprendre l'absence de clause finale. Poincaré connaissait très bien les procédures de décision par le concept de groupe : un élément tombe ou ne tombe pas dans un groupe. Dans une conversation en 1982, le mathématicien suisse Georges de Rham, spécialiste de la topologie de Poincaré, supposait qu'il n'avait pas besoin de critère spécial de décision pour l'arithmétique. La systématicité de la philosophie de Poincaré est tout à fait en accord avec son idée.

D'une certaine façon, Poincaré construit une sorte d'espace générique pour les disciplines scientifiques. On peut, explique-t-il dans les

Fondements de la géométrie (1898-1899 en anglais dans *The Monist* (p. 1-43) et en français en 1921 dans la traduction de Louis Rougier chez Chiron), décomposer une proposition sur l'espace sensible pour la rendre compatible avec les langages mathématiques. C'est ainsi qu'il a par exemple proposé une mécanique algébrique, et pas seulement analytique, qui s'est révélée importante en robotique. Et l'un des critères de scientificité est la compatibilité.

Poincaré souligne que « les gens du monde », comme il dit, croient que des faits on peut tirer par généralisation des théories scientifiques. Il montre bien que cette façon de faire est celle de l'opinion. Il faut qu'à chaque pas, la compatibilité de ce que l'on fait soit assurée avec les théories concernées. Donc la répétition d'un fait ne suffit pas à garantir sa scientificité. Il faut que tous les cas de valeur de l'implication A ɔ B soit considérés, également ceux où l'antécédent serait faux. Comme il l'exprime sur l'exemple du phosphore : le point de fusion de phosphore est à 44° doit être traduit en « Si X a toutes les propriétés du phosphore sauf son point de fusion, et que X a son point de fusion est à 44°C », nous pouvons conclure que si X n'a pas exactement toutes les propriétés du phosphore et pas tout à fait 44° pour le point de fusion, alors nous pourrons admettre que nous avons, sous le nom de phosphore confondu deux substances. Même si le X n'a pas exactement toutes les propriétés, il n'est pas n'importe quoi, d'où l'importance de la compatibilité.

J'ajoute que ce raisonnement pourrait être source d'invention – on se souvient que Poincaré en avait parlé de plusieurs, en ne citant pourtant que l'induction complète.

Russell aussi donne son explicitation de la scientificité, mais il le fait plutôt par la considération de séries plutôt que de compatibilités :

> La personne ou l'animal qui, chaque fois qu'il ou elle éprouve, au cours de son expérience, un membre de s, s'attend à un membre de b, n'a pas commencé de croire à une proposition générale, bien que son comportement en présence d'un membre de s soit celui qui se produirait si il, ou elle, avait cru à une proposition générale. La différence de comportement entre ce qui précède et la croyance à une proposition générale naît quand aucun membre de b n'est présent. Si je crois que « là où il y a un d il y a un b » et si je désire un b, je puis être amené à rechercher un d : ceci est illustré par le géologue qui fait la prospection de l'or ; il ne cherchera que les endroits où il y a des indications manifestes d'avoir des chances de trouver de l'or. Le géologue requiert la proposition générale explicite comme guide de son action. (...) Nous devons maintenant essayer d'analyser ce qui est exprimé par les mots « A est toujours suivi de B ». Ce qui est exprimé, ce ne peut être seulement que, lorsque j'ai l'expérience de A, j'attends B, car ceci est une autre loi générale, qui devrait être analysée d'une

> manière semblable et nous serions donc amenés à une régression sans fin. Ce qui est exprimé doit être une croyance qui englobe à la fois A et B et non un simple rapport causal entre une croyance n'englobant que A et une autre croyance n'enveloppant que B.[1]

Si Poincaré et Russell s'accordent par des voies différentes sur ce qu'est une loi scientifique, le rapport entre disciplines n'est pas le même, une situation générique chez Poincaré, liée à son idée de répétition, une idée plus disciplinaire chez Russell, où les disciplines sont introduites par une définition si l'on considère leur insertion parmi les disciplines, ou par des axiomes s'il s'agit de leur rapport au réel. Ce n'est pas une petite divergence. Beaucoup des débats épistémologiques tiennent au fait que l'organisation disciplinaire implicite des adversaires n'est pas la même.

2) La question du symbolisme et l'intuition

« *Apparent rari nantes in gurgite vasto* », c'est avec ce ver de Virgile que Poincaré se moque de la théorie pas de classe de Russell.

Russell est pris dans la question de la contradiction (Y a-t-il une classe de classe ?), ce qui paraît sans importance à Poincaré, la rigueur des mathématiques a été acquise, en particulier par les travaux de Weierstrass et l'arithmétisation des mathématiques. Cette rigueur suffit : la science mathématique est un langage, une nouvelle notation est importante si elle améliore une classification, et il suffit d'un nom pour manifester une découverte mathématique. De toute façon, pour Poincaré, le langage mathématique est une alternance de langage naturel et d'équations. Pour ce dernier, les difficultés se concentrent en physique. Dans ce qu'il appelait « la débâcle des principes », Poincaré se consolait sous le prétexte que « l'électron est bien léger, le radium est bien rare ».

Cette alternance ne suffit pas à Russell. Après avoir fait ses « tripos » de mathématiques à Cambridge, il est, dans son voyage en Allemagne, admiratif des ouvrages de mathématiques allemands qu'il trouve beaucoup plus rigoureux que ceux des Anglais. Puis, au congrès de philosophie de 1900 à Paris, il entend Peano, et lui demande tous ses écrits. Et il s'exerce à traduire des mathématiques en ce symbolisme. Il y trouve une meilleure analyse des idées. Russell écrit à Couturat de Peano,

[1] Bertrand Russell, *Signification et vérité*, trad. Philippe Devaux, Paris, Flammarion, 1969, (de *An Inquiry into Meaning and Truth*, London, Allen and Unwin, 1940), pp. 273-275.

le 17 janvier 1901 (p .225), resté toujours sceptique devant le symbolisme qu'il voit comme une abréviation :

> Pour ce qui concerne la valeur de son symbolisme, je ne suis pas complètement d'accord avec vous. Je le trouve, au contraire, excellent du point de vue symbolique, et je trouve que c'est tout d'abord le symbolisme de Peano qui a permis aux Italiens de faire de si beaux travaux sur la logique mathématique. J'emploie maintenant dans tous les problèmes de ce genre, entièrement cet algorithme, que j'ai complété avec une logique des relations différente de celle de Peano et de Schröder. J'ai trouvé (1) que l'analyse logique se facilite énormément ; (2) que les paralogismes deviennent beaucoup plus rares ; (3) que les formules et les démonstrations deviennent mille fois plus faciles à comprendre. Quand je lis Cantor, par exemple, je le traduit toujours en formules Péanesques... » (p. 225). Et il prétend, dans « Recent Italian Work on the Foundations of Mathematics » (1901) : "…un travail d'une semaine suffit pour maîtriser ses principales caractéristiques. Et une fois maîtrisée, c'est une aide stupéfiante pour corriger la réflexion. (p. 227)

La démarche de Russell est expérimentale, comme il l'explique dans *La Revue de Métaphysique et de Morale* en septembre 1906 (« Les Paradoxes de la logique ») :

> La méthode de la logistique est essentiellement la même que dans toute autre science. Elle comporte la même faillibilité, la même incertitude, le même mélange d'induction et de déduction, et la même nécessité de faire appel, pour confirmer les principes, à l'accord des résultats calculés avec l'observation. Son objet n'est pas de bannir « l'intuition », mais de contrôler et de systématiser son emploi, d'éliminer les erreurs auxquelles son emploi non contrôlé donne lieu, et de découvrir les lois générales d'où l'on peut, par déduction, obtenir des résultats jamais, et, dans les cas cruciaux, confirmés par elle. En tout cela, la Logistique est exactement sur le même pied que l'astronomie par exemple, excepté que, en astronomie, la vérification s'effectue non pas l'intuition mais par les sens. (….) Mais l'intuition n'est pas infaillible, comme le prouvent les contradictions. Il reste donc toujours un élément d'incertitude, juste comme en astronomie. » (p. 630-631).

Le symbolisme permet le contrôle de l'intuition. Poincaré a une très belle caractérisation de l'intuition, dans *Science et Méthode* (p. 137) : « sentiment délicat de l'ordre ». Je ne pense pas que Russell contesterait cette idée.

Est-ce que le symbolisme a besoin d'une limitation ? Pour ne pas désigner n'importe quoi, le symbolisme a besoin d'une clause finale et pour cela, l'intuition ne suffit pas

3) Philosophie minimale et critère empirique

Henri Poincaré invente un équivalent d'espace générique, grâce aux idées de décomposition d'une proposition et de la compatibilité entre disciplines. Il construit ainsi une épistémologie à la fois générale (elle concerne toutes les disciplines dont il parle) et locale (elle spécifie chacune des disciplines). Cela est possible parce que sa philosophie est minimale. Elle est formée juste de l'ordonnance des disciplines et du passage entre les faits bruts, faits scientifiques, métaphores et théories par généralisation non continue.

Mais en généralisant la répétition et en limitant la vérité à l'expérience, il se passe de tout critère empirique et tout rapport à la perception, notion qui n'a pas de sens pour lui.

> Quant à moi, je n'emploie jamais le verbe percevoir, ni le substantif perception, parce que je ne sais pas ce qu'ils veulent dire. J'ignore si la perception est une sensation ou un jugement, et je crois vor que les philosophes qui emploient ce mot l'entendent les uns dans le premier sens, les autres dans le second. C'est pourquoi j'évite de l'employer. » (Lettre de Poincaré à M.G.F. Stout, directeur de *Mind*, 15 janvier 1906, pp. 141-143)

Entre sensation et jugement, expérience et répétition, il n'y a pas de critère empirique pour différencier les géométries, et, de toute façon, le principe de relativité ne nous permettrait pas de nous apercevoir d'un changement de géométrie. On ne peut les distinguer que par la fiction, comme il le fait dans *La science et l'hypothèse* (1902). Une géométrie correspond à un groupe de Lie, et l'on sait qu'il y a une infinité de tels groupes continus.

Selon Russell, il y a un critère empirique. Nous pouvons savoir si nous sommes dans un espace euclidien, nous pouvons savoir que la distance de notre tête à notre bureau est plus petite que celle de notre tête au soleil. Pour Poincaré, ce sont juste des connaissances sur des relations entre les corps, et non pas sur les corps, et beaucoup de ces relations nous restent inconnues (*Mind*, *ibid.*). Nos sensations n'ont rien de spatial, mais par répétition de nos mouvements, nous pouvons reconstruire la notion de groupe (*Fondements de la géométrie*).

4) Le nom et la phrase

Poincaré lit le Péanien comme il lit le français, voire comme un vocabulaire. Bachelard le souligne : « Lisant quelques pages du Formulaire de Peano, Poincaré se plaignait de ne pas comprendre le péanien. C'est qu'il le prenait à la lettre dans le décousu de ses conventions, comme un vocabulaire, sans vouloir l'employer réellement » (*Le Nouvel Esprit scientifique*, p. 31). Ce vocabulaire ne touche pas les « vraies mathématiques » la rigueur est atteinte par l'arithmétisation des mathématiques (*La Valeur de la science*, p. 33). Au même endroit : « (…) dans l'analyse d'aujourd'hui, quand on veut se donner la peine d'être rigoureux, il n'y a plus que des syllogismes ou des appels à l'intuition du nombre pur, la seule qui ne puisse nous tromper. On peut dire qu'aujourd'hui la rigueur absolue est atteinte ».

Ainsi, le nombre naturel et la répétition donnent à Poincaré un point de vue synthétique sur les mathématiques. Les noms sont des points singuliers intéressants dans les répétitions. Ils ne correspondent pas à un « fait empirique », c'est un nominalisme, on donne des noms en fonctions des occasions inventives, une forme de synthèse intuitive. La répétition libre a besoin de synthèse.

Pour Russell, les noms sont à convertir en phrases : c'est le but de *On Denoting* (1905) présenté à Couturat comme le moyen d'éviter la contradiction, et cela suit sa volonté d'analyser les idées. La répétition limitée suppose une analyse rigoureuse. Ce n'est pas que la synthèse n'existe pas, mais elle est condensée plutôt par l'interprétation en compréhension des opérateurs.

On sait que Poincaré et Russell ont tous deux considéré les contradictions comme l'effet des définitions dites « imprédicatives » et qui supposent un cercle. Une mauvaise définition fait entrer, selon l'expression de Poincaré, « le loup dans la bergerie », elles supposent un manque de rigueur. Russell les pense beaucoup plus fondamentales, sa critique à Frege (le 16 juin 1902, sur *les lois fondamentales de l'arithmétique*) sur son axiome le montre. Russell reste sceptique aussi bien dans le domaine fini qu'infini, alors que Poincaré n'a de scepticisme que pour les nombres infinis. Il faut ajouter, que comme presque tous les Anglais de l'époque, que ce soit Oxford ou Cambridge, Russell a été hégélien, et que la question du cercle ou de la contradiction faisait partie de sa méthode. Russell a importé de la philosophie la contradiction dans les mathématiques, même s'il n'était plus hégélien. Il lui fallait donc des moyens plus techniques et plus analytiques pour éviter la contradiction.

Voici ce qu'en dit Russell en 1959 :

> L'aspect désagréable était sans aucun doute très désagréable. Il apparut qu'à partir des prémisses que tous les logiciens, quelle que fût leur école, avaient acceptées depuis le temps d'Aristote, des contradictions pouvaient être

déduites, qui montraient que *quelque chose* allait de travers mais ne donnait pas d'indication quant à la manière de remettre les choses d'aplomb.[1]

5) L'intervention de Louis Couturat

Couturat, par sa participation à la fondation de la *Revue de Métaphysique et de Morale* ainsi qu'au *Dictionnaire critique* d'André Lalande, par son organisation d'articles se répondant entre Poincaré et Russell dans cette revue, s'est posé comme un représentant de la nouvelle logique en France et un défenseur de Russell devant les mathématiciens français (Borel, Lebesgue).

Russell et Couturat différaient pourtant sur les principes. Par exemple, le principe de continuité ou le principe de raison pour Couturat sont valables à la fois en philosophie et en mathématique, pour Russell, ils distinguent la philosophie des mathématiques, c'est une différence fondamentale. Pour Couturat, la logique est un fondement, pour Russell elle forme les élémentaires des mathématiques que l'on trouve par un travail expérimental sur les mathématiques. Il engage Russell à « triompher » de Poincaré sur des questions sur lesquelles lui-même a des doutes. Couturat cessera de suivre Russell en 1907, se consacrant à la diffusion de la langue internationale, à propos de laquelle il se brouillera avec Peano.

Couturat n'aimait pas le symbolisme, il le dit bien plusieurs fois, et préfère au système logique l'algèbre de la logique, qui repose sur de grandes équivalences.

D'une certaine façon, il n'aime ni le symbolisme ni la répétition. Dans le manuscrit *Manuel de Logistique* qui date de 1905, et que nous avons retrouvé Oliver Schlaudt et moi-même au Centre d'études des langues Internationales, Bibliothèque de la Ville, La Chaux-de-Fonds (lieu où a été retrouvée la correspondance entre Russell et Couturat), Louis Couturat présente la logique de Russell non plus comme nouvelle, mais comme la plus ancienne. Cet ouvrage était prêt pour la publication chez Alcan, mais Couturat ne le publie pas. Je ne vais pas ici présenter la philosophie générale et la philosophie des mathématiques de Couturat, mais il y a une posture philosophique qu'il ne quittera jamais et qui explique son rapport paradoxal au travail de Russell.

[1] *Histoire de mes idées philosophiques*, 1959, p. 94, dans la traduction de Georges Auclair, Paris Gallimard, 1961.

Elle est déjà formée dans *De l'infini mathématique* (1896). C'est son rationalisme philosophique. Couturat suppose qu'à chaque concept scientifique correspond un concept philosophique. Sans cela, il y a arbitraire et nominalisme. Contrairement à Poincaré, et à Russell à cette époque, il admet les ensembles et les nombres de Cantor, il aime les sciences contemporaines et une philosophie en retard sur le temps scientifique est déclassée. Il fait la liste à Russell de ses bêtes noires, parmi lesquelles l'adoration du passé, l'histoire et ses commentateurs, le goût du paradoxe, le nominalisme.

Il lutte constamment contre le nominalisme et les « définitions créatrices »

> Ainsi l'on doit préférer les définitions statiques aux définitions cinématiques, quand ce ne serait que pour cette raison, que celles-ci supposent celles-là. On voit ce que l'on doit penser de la théorie suivant laquelle les définitions géométriques sont (ou doivent être) génétiques. (Couturat, *Les Principes des Mathématiques*, 1905, 192, note 2)

La relation entre philosophie et sciences suppose une certaine statique et l'algèbre permet de construire des systèmes d'équivalence. Ce qui leur donne leur place dans la « vérité du système », se sont les « définitions philosophiques » qui soutiennent ou fondent les définitions mathématiques :

> On voit déjà ici la différence entre les définitions mathématiques et les définitions philosophiques. Au point de vue philosophique, la notion d'*implication* paraît supposer celle de *proposition*, précisément parce que seules les propositions peuvent impliquer ou être impliquées. (Couturat, *Les Principes des Mathématiques*, 1905, p. 192)

Et Couturat ajoute en note :

> M. Russell est ainsi amené à formuler deux autres principes qui nous semblent philosophiquement inutiles ou insignifiants : (…) « Si p implique q, p est une proposition et q est une proposition.

Le symbolisme reste abréviatif.

> Lors donc que dans un problème d'Algèbre on fait abstraction de la nature particulière des grandeurs que l'on traite, ce n'est pas pour vider les symboles et les formules de tout contenu, mais pour les réduire à leur contenu essentiel, qui est l'idée de grandeur en général » (Couturat, *De l'Infini Mathématique*, 1896, p. 276)

Même si cette citation est prise dans un ouvrage encore « kantien » (1898), ce mode de raisonnement restera le même après la critique de

Kant (période de CPM, 1905). C'est la seule façon de ne pas confondre les idées de l'Algèbre avec ses signes (CIM 275).

Les grands principes qui permettent de dégager les progrès, aussi bien dans le domaine moral que dans les sciences. « Allez en avant et la foi vous viendra », écrit-il a Russell à propos de l'axiome de choix.

Alors que Russell distingue radicalement son travail de logicien et celui de philosophie morale, Couturat les fait suivre des mêmes principes.
Chez Couturat, le jeu entre philosophie et mathématiques est si serré que le concept de répétition n'a pas le sens qu'il peut avoir chez Poincaré ou Russell. Le concept de répétition suppose une relative autonomie du champ sur lequel elle s'exerce ou a lieu.

Conclusion

La répétition a une valeur psychique. Les psychanalystes ont bien insisté là-dessus, qu'ils l'aient développé en rapport au concept de refoulement, ou, comme Lacan, en rapport avec le symbolisme comme réponse indirecte à l'impossibilité décrire directement sur le réel. Or Poincaré, qui libère la répétition, fait dépendre les productions humaines de leur psychisme. L'objectivité de Russell ne permettait pas cela, il faut donc limiter la répétition pour la contrôler, le principe de répétition limite la répétition. Couturat cherche à éliminer le psychologisme et le sociologisme (cours au Collège de France en remplacement de Bergson, 1905), mais il le remplace par un fondement philosophique qui rend difficile la répétition, celle-ci reste indifférente à l'invention.

La répétition est l'acte qui relie le langage mathématique à l'humain en ce qu'elle conduit à un « sentiment délicat de l'ordre » sans doute nécessaire à la constitution du sujet humain. Elle dégage ce qui est invariant et ce à quoi s'applique le calcul. Elle permet la création de séries et de traverses, et suppose une autonomie des séries ou des domaines. Une mauvaise répétition peut être créatrice, à condition que l'on ne l'isole pas dans un seul champ.

La répétition « horizontale » consiste à ajouter des hypothèses, la répétition « verticale » permet la suite du raisonnement. Les deux peuvent fonctionner en même temps. Pourrait-on faire une démonstration en supprimant toute répétition ?

D'une certaine façon, la répétition demande une épistémologie de l'action, et la symbolisation une épistémologie conceptuelle, mais dans son rapport au réel. Les deux ne sont pas souvent développées en même temps. Une épistémologie de la justification tend à les séparer, une épistémologie de l'invention peut permettre de les unir. Mais pour cela, il faut à la fois l'acte et le concept dans son rapport au réel.

Il n'y a donc pas symétrie entre ces deux concepts. Cette non-symétrie ouvre un champ, celui de l'épistémologie que nous connaissons, dans les limites paradoxales de l'expérience comme acte déjà théorique, et de l'invention comme répétition ouverte et expériencielle.

Références de l'auteur autour de Poincaré, Russell, Couturat

Poincaré, les sciences et la philosophie, Maspero, 1978, puis L'Harmattan, 2001a.

Edition de la *Correspondance entre Bertrand Russell et Louis Couturat (1897-1913) sur la politique, la logique et la philosophie*, (735 pages), Paris, Kimé, 2001b.

« La correspondance inédite entre Bertrand Russell et Louis Couturat », Colloque Couturat publié dans les *Annales de l'École Normale Supérieure de Paris* (1983)81-96.

« La correspondance inédite de Bertrand Russell et Louis Couturat », *in* : *Dialectica,* vol. 37, n°2 (1983)75-109. Version remaniée et passablement augmentée du précédent.

« Une pensée vraie est meilleure que la meilleure éthique. Essai sur la clarté chez Russell », *Hermès* 7(1990)221-245.

« Le Problème de Russell », *in* : Non-Philosophie, Le Collectif, *La Non-Philosophie des Contemporains*, Paris, Kimé, 1995, pp. 167-186.

« Note sur une lettre de Poincaré à Russell du 1er juin 1899 », *in* : *Cahiers du Séminaire d'Histoire des Mathématiques* (Université Pierre et Marie Curie), 7(1986)127-129.

« Perspectives hétérodoxes de Russell sur les fondements », in *Philosophia Scientiae*, Cahier spécial 5 : « Fonder autrement les mathématiques », 2005, 175-198.

« La Controverse entre Bertrand Russell et Henri Poincaré », in Jean-Yves Béziau & Alexandre Costa-Leite (eds): *Dimensions of Logical Concepts*, Coleçao CLE, volume 54, UNICAMP, Campinas, Brazil, 2009.

« Méditation sur la clause finale », in : Laurent Rollet, Pierre-Edouard Bour, Philippe Nabonnand (eds.), *Construction, Festschrift for Gerhard Heinzmann*, Presses de l'Université de Nancy, Archives Henri-Poincaré, 2010, 75-84.

"Couturat's Reception of Leibniz", in Ralph Krömer & Yannick Chin-Drian eds., *New Essays on Leibniz Reception in Science and Philosophy of Science 1800-2000*, Basel, Birkhaüser, Springer, 2011, pp. 65-84.

« La valeur contemporaine de la philosophie des sciences de Henri Poincaré », *Quadrature*, n° spécial pour le centenaire de la mort de Henri Poincaré, novembre 2012.

« La double fonction de l'expérience chez Henri Poincaré », in : Evelyne Barbin et Jean-Pierre Cléro eds., *Les Mathématiques et l'Expérience*, *ce qu'en ont dit les philosophes et les mathématiciens*, Paris, Hermann, 2015, p. 299-312.

« La notion de critique chez Couturat et ses effets dans sa philosophie des mathématiques », in : Michel Fichant & Sophie Roux eds., *Louis Couturat (1868-1914). Mathématiques, langage, philosophie*, Paris, Classiques Garnier, 2017, p. 65-85, et pp. 335-339, avec Oliver Schlaudt, « Annexe II _ Sur le projet d'édition de la correspondance de Couturat ».
A paraître dans un volume de Springer dir. Par Jean-Yves Béziau : *The Place and the value of the Logic in Couturat's philosophical Thinking.*